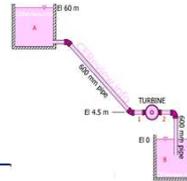
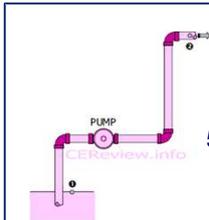


## MECÂNICA DE FLUIDOS

Escoamento em condutas sob pressão. Generalização da Equação de Bernoulli



Cap 5



### ESCOAMENTOS SOB PRESSÃO

- 5.1 Fluidos reais. Generalização da Equação de Bernoulli.
- 5.2 Velocidade média na secção: coeficiente de *Coriolis*;
- 5.3 Perdas de energia ao longo do escoamento
- 5.4 Altura manométrica. Potência do escoamento. Rendimento

#### Bibliografia:

- Quintela, A. 2000. *Hidráulica*. Fundação Calouste Gulbenkian, Lisboa;
- Lencastre, A. 2000. *Hidráulica Geral*. 1996. Edição do autor. Lisboa;
- Bastos, F. 1983. *Problemas de mecânica de fluidos*. Gaunabara, Rio de Janeiro;
- Oliveira, L.; Lopes, A. 2007. *Mecânica dos fluidos*. ETEP, Lisboa, 2ª edição

1/16

Escoamento em condutas sob pressão. Generalização da Equação de Bernoulli

### 5.1 Fluidos reais. Generalização da Equação de Bernoulli.

É muito importante que não esquecer as restrições para a aplicação da equação de Bernoulli na forma apresentada. São elas:

- ✓ Escoamento permanente;
- ✓ Fluido incompressível;
- ✓ Fluido sem viscosidade
- ✓ Escoamento sem atrito;
- ✓ Aplica-se ao longo de uma linha/filamento de corrente;
- ✓ Ausência de realização de trabalho entre pontos de aplicação.

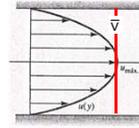
Quando estas condições não estão garantidas, há que fazer a generalização da Equação de Bernoulli

2/16

### 5.2 Perfil parabólico de velocidades (viscosidade)

A forma generalizada da equação de Bernoulli

$$Z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{\alpha U^2}{2g} = Z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{\alpha U^2}{2g}$$



Coefficiente de Coriolis ou de correcção da energia cinética

condutas de secção circular (água):

$\alpha = 2$  para *regime laminar* e  
 $\alpha = 1.1$  para *regime turbulento*.

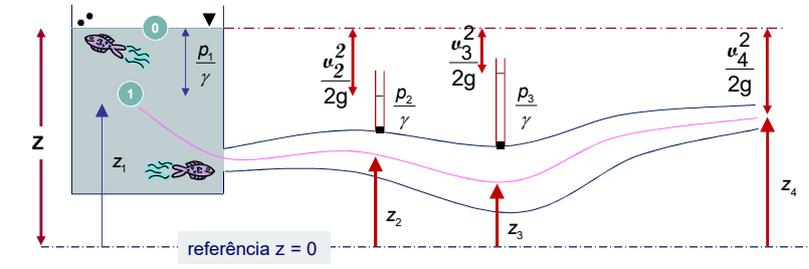
### 5.3 Perda de energia do fluido real

A experiência mostra que, no escoamento dos fluidos reais, *uma parte da energia do fluido é dissipada quer na forma de calor quer nos turbilhões* que se formam na corrente fluida devido às *resistências* encontradas durante o escoamento. À parcela de energia perdida chama-se *perda de carga ( $\Delta H$ )*.

**Resistências:**

- Viscosidade;
- Contacto do fluido com a parede interna do tubo;
- Acidentes ou singularidades existentes na tubagem (curvas, ramificações, válvulas, etc.)

→ **Fluido ideal** Energia em (0) = Energia em (1) = ... = ... = Energia em (4)

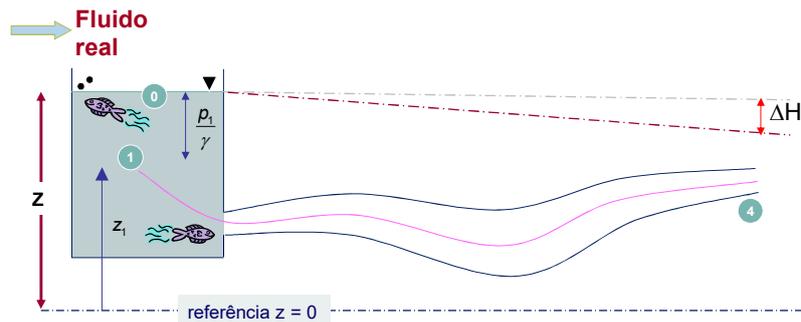


$$0 + 0 + Z = H_0$$

$$\frac{p_2}{\gamma} + \frac{u_2^2}{2g} + z_2 = H_2$$

$$\frac{u_4^2}{2g} + z_4 = H_4$$

$$\frac{p_1}{\gamma} + 0 + z_1 = H_1$$



Energia em (1) = Energia em (4) + perdas entre (1) e (4)

$$H_1 = H_4 + \Delta H$$



$$\frac{u_2^2}{2g} = \frac{u_1^2}{2g} \quad z_2 = z_1 \quad \frac{p_2}{\gamma} < \frac{p_1}{\gamma}$$

$\Delta H$  pode ter duas componentes:

No caso mais geral, em que existem perdas devido ao **atrito** e devido à existência de **singularidades**:

$$\Delta H = J_f + \sum h_s$$

$J_f$  representa a perda de **energia por fricção tubo/liquido** ( $j \times L$ ) e

$\sum h_s$  representa o somatório das perdas de **energia singulares**

### Equação de Bernoulli aplicado a **fluidos reais em escoamento permanente**

A **variação da linha de energia, por unidade de percurso** é igual ao **trabalho realizado pelas forças de resistência, por unidade de peso do fluido e por unidade de percurso**

$$\frac{\partial}{\partial L} \left( Z + \frac{p}{\gamma} + \frac{\alpha u^2}{2g} \right) = -j$$

Para se obter a unidade de altura equivalente

$j$  **perda de carga unitária** ( $m \cdot m^{-1}$ );  $J = j \times L$  **perda de carga contínua** (m)

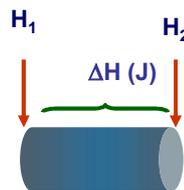
$L$  é a distância entre as duas secções de aplicação da Equação de Bernoulli

### Determinação da perda de carga unitária, $j$

Em regime laminar a perda de carga unitária quase sempre pode ser determinada por via analítica

Em regime turbulento a determinação da perda de carga é feita experimentalmente, medindo-se a  $H$  do fluido em duas secções afastadas de uma distância  $L$

$$Z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{\alpha u_2^2}{2g} - \left( Z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{\alpha u_1^2}{2g} \right) = J$$



$$j = \frac{J}{L}$$

Como se mede  $H$  ?

### 5.4. Realização de trabalho entre as secções em estudo

- ✓ Em resultado das perdas de carga pode ser necessário adicionar energia ao fluido para mantê-lo em movimento.
- ✓ A energia fornecida pode ainda servir para se obter um aumento de pressão e/ou de cota do fluido.

Esta energia é gerada por um equipamento motriz como por exemplo uma *bomba hidráulica*.

Quando referida em unidades equivalentes de altura (m), a energia que se pretende que a bomba forneça ao escoamento é chamada de:

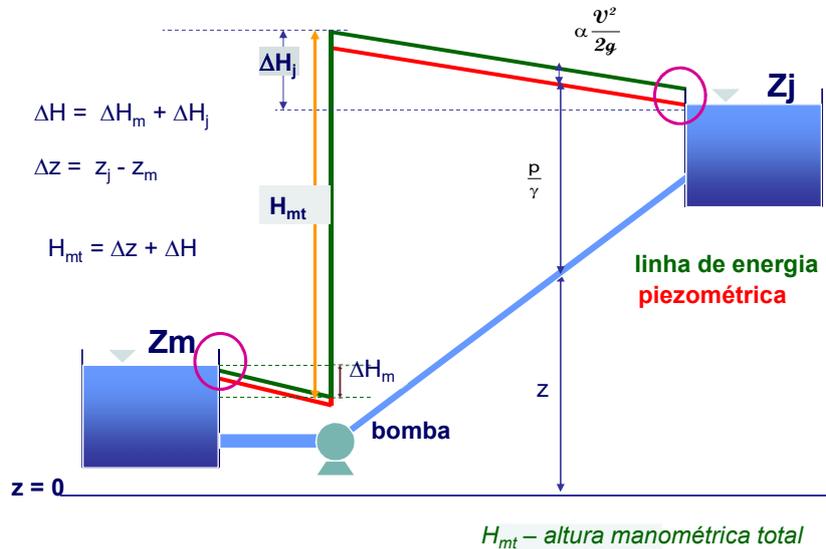
- altura manométrica total ( $H_{mt}$ ) ou
- carga contra a qual a bomba trabalha ou
- Carga dinâmica total (total dynamic head)

$$Z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \alpha \frac{\bar{v}_1^2}{2g} = Z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \alpha \frac{\bar{v}_2^2}{2g} + \Delta H \text{ (} H_{mt} \text{)}$$

Como se determina  $H_{mt}$ ?

### Exemplo

**Linha piezométrica e linha de energia de um sistema com bombagem**  
 (pretende-se vencer as perdas de carga e aumentar a cota da água)



- Como exprimir a altura manométrica da bomba em unidades de potência?

$$P_{ot} (W) = \frac{\text{energia(J)}}{\text{tempo (s)}}$$
 No TB os diferentes termos de energia estão definidos por unidade de peso do fluido. Logo, a energia do fluido em escoamento, em Joule será:  $H_{mt} \times \text{Peso do fluido}$

$$P_e = \frac{H_{mt} \times P}{\text{tempo}}$$
 Sendo  $P = \gamma$ , então
 
$$P_e = \frac{H_{mt}}{\text{tempo}} \times \gamma$$

Logo, a **potência a fornecer ao escoamento**,  $P_e (W)$  é dada por:

$Q \gamma H_{mt} = WHP = P_e$

onde  $Q : m^3 s^{-1}$ ,  $\gamma : N m^{-3}$  e  $H_{mt} : m$

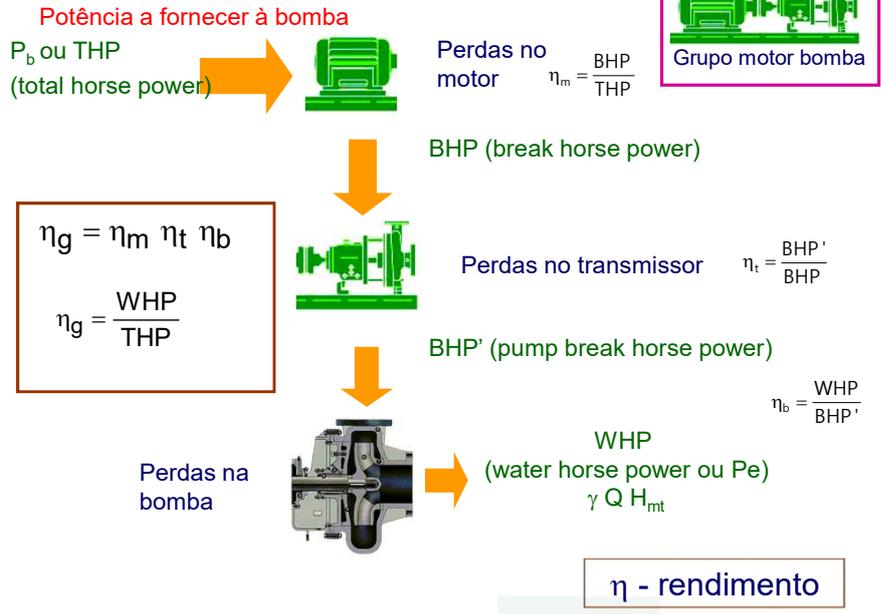
Water Horse Power

Portanto  $H_{mt} \leftrightarrow P_e$

Unidades de altura equivalente

Unidades de potência

**Qual a potência a fornecer à bomba (P<sub>b</sub> ou THP)?**



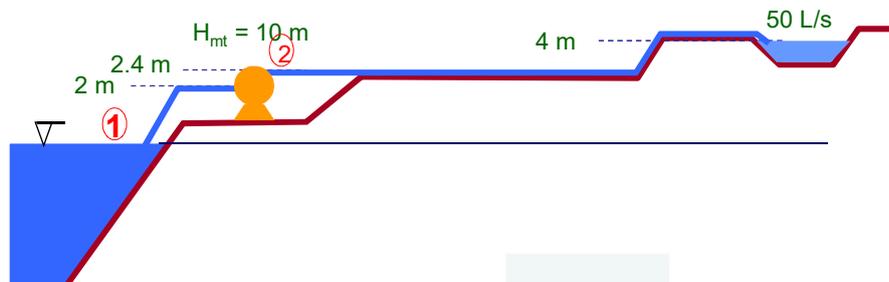
**Exemplo 1: Determinação da pressão à saída da bomba**

- H<sub>mt</sub> = 10 m
- Comprimento total do tubo = 50 m
- $\phi$  do tubo = 20 cm
- Comprimento de aspiração = 12 m.
- j = 0.12 m m<sup>-1</sup>
- Qual a pressão à saída da bomba (assumindo perda de carga no tubo) ?

Neste caso a função da bomba é a de vencer as perdas de carga e de transportar a água de um nível para outro mais elevado

$$Z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{\alpha u_1^2}{2g} = Z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{\alpha u_2^2}{2g} + \Delta H - H_{mt} \quad u = \frac{Q}{A} = \frac{0.05}{0.0314} = 1.6 \text{ m s}^{-1}$$

$$0 + 0 + 0 = 2.4 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{\alpha 1.6^2}{2g} + 0.12 \times 12 - 10 \Leftrightarrow \frac{p_2}{\gamma} = 6.03 \text{ m} \Leftrightarrow p_2 = 59 \text{ KPa}$$



### Exemplo 2: Determinação da altura manométrica total

- comprimento total do tubo = 50 m
- $\phi$  do tubo = 3 cm
- comprimento de aspiração = 12 m;
- $j = 0.12 \text{ m m}^{-1}$
- aspersor funciona com pressão de 2 atm
- altura da cana do aspersor = 2 m

Neste caso a função da bomba é a de vencer as perdas de carga, de transportar a água de um nível para outro mais elevado e de fornecer pressão à água

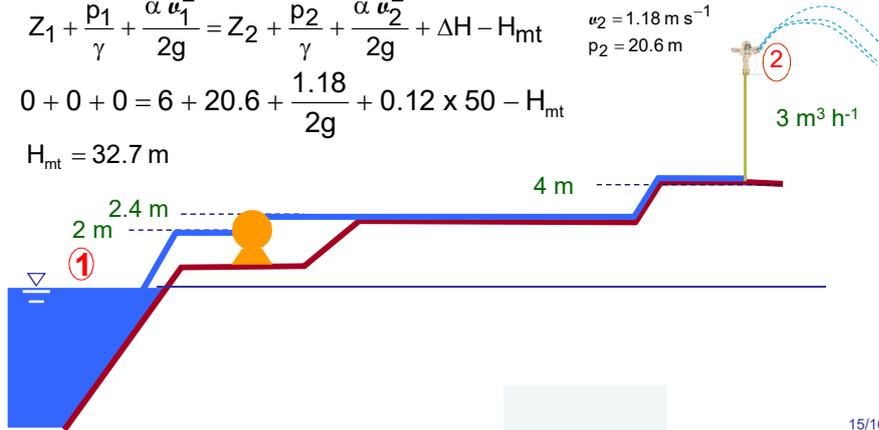
$$Z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{\alpha u_1^2}{2g} = Z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{\alpha u_2^2}{2g} + \Delta H - H_{mt}$$

$$0 + 0 + 0 = 6 + 20.6 + \frac{1.18}{2g} + 0.12 \times 50 - H_{mt}$$

$$H_{mt} = 32.7 \text{ m}$$

$$u_2 = 1.18 \text{ m s}^{-1}$$

$$p_2 = 20.6 \text{ m}$$

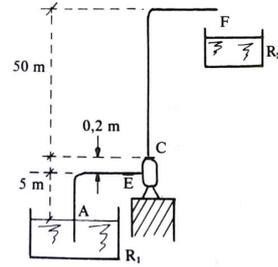


### Aplicações Práticas

51. Uma conduta de eixo horizontal à cota 25, com 0.3 m de diâmetro e 5000 m de comprimento, está montada entre dois reservatórios com as superfícies livres às cotas de 30 e 70 m. A conduta tem uma bomba que impulsiona o caudal de  $80 \text{ L s}^{-1}$ , para o qual a perda de carga unitária na conduta é de 0.006. (Considere  $\alpha = 1.1$ ; desconsidere as perdas de carga singulares). Determine:

- a) a potência da bomba (rendimento = 0.8);  $(P_B = 68.6 \text{ kW})$
- b) a distância máxima da bomba ao reservatório de montante supondo que a altura piezométrica mínima a admissível à entrada da bomba é de 4m.  $(x = 154.7 \text{ m})$

52. A bomba E eleva água entre os reservatórios R<sub>1</sub> e R<sub>2</sub>. O eixo da bomba está situado a 5 m acima da superfície livre de R<sub>1</sub>. No ponto final do sistema elevatório é descarregado o caudal de 0.162 m<sup>3</sup> s<sup>-1</sup> para a atmosfera. Determine a altura manométrica total, potência do escoamento e a potência da bomba. São dados: diâmetros das tubagens AE e CF = 200 mm;  $\Delta H_{AE} = \frac{5 u^2}{2g}$  e  $\Delta H_{CF} = \frac{3 u^2}{2g}$  (67.4 m; 107 kW; 153 kW)



53. Modifica-se o problema anterior, de modo a que a superfície do reservatório R<sub>1</sub> fique 5.2 m acima do eixo E da bomba. Calcule H<sub>mt</sub>, P<sub>E</sub> e P<sub>B</sub>

